Lehet-e tudományos a középiskolai matematika oktatás?

„Tudományosak“ csak a matematikai gondolkodás kifejlesztése terén lehetünk, más irányban a tudományosság kivihetetlen“.

Pontosabban így lehetett volna fogalmazni a címet, milyen tekintetben lehet tudományos a középiskolai matematikai oktatás? Legelső átgondolásra világossá válik, hogy az anyag tekintetében erős korlátozásnak vagyunk alávetve. Meg kell elégedni azoknak a matematikai igazságoknak és módszereknek ismertetésével, melyeknek bebizonyítása nem kíván nehezebb segédeszközöket. Ezek közül is csak azokat tartjuk meg, amelyek tudományos szempontból fontosak és lehetőleg még gyakorlati alkalmazásuk is van. Így is kevés az idő csak ezeknek az alapos megértéséhez is és igen sok esetben komoly fejtörést okoz a tanárnak, hogy valamelyik tételnek van-e olyan fontossága, ami a vele való foglalkozást szükségessé teszi. Még kevésbbé van idő a történelmi visszapillantásokra.[1]

Az anyag teljességének rovására hozott áldozatba majdnem minden tanár könnyen belenyugszik. Sajnos még ennél jóval súlyosabb áldozatot is kell hozni. A bizonyítások és levezetések szigorúságából és precizségéből is gyakran engednünk kell. Bármennyire fájjon is nekünk ez a pontatlanság, a matematikusok büszkeségének, a híres matematikai szigornak feladása, mégis bele kell nyugodnunk. Ha ugyanis minden bizonyítást feltétlen pontossággal akarnánk tárgyalni, akkor az irracionális számok bevezetése is két-három hónapot venne igénybe. És még akkor is kérdéses, hogy volna-e ennek valami haszna, értenének-e a tanulók valamit is belőle?

Tehát a matematika sok szép tételét el kell hagynia a tanárnak, sokszor a bizonyítások szigorúsága is kívánnivalót hagy hátra. És csak részben vigasztal meg bennünket az a tudat, hogy akit a matematika közelebbről érdekel, annak számára nem lesz végleges ez a veszteség.

És mégis lehet a középiskolai matematika-oktatás tudományos irányú is, ha a matematika mély tételeiből és módszereiből a tanulóknak csak keveset tud is nyujtani. Tudományos lehet azáltal, hogy elsajátíttatja a tanulókkal a logikus matematikai gondolkodást, kifejleszti bennük a matematikai képzelőerőt, mely képessé teszi őket, hogy a tanult módszereket új feladatok megoldásakor gyümölcsöztessék. Beléjük neveli a szigorú kritikát, mely védi őket, hogy fantáziájuk téves utakra ne kalandozzék. Kifejleszti bennük a lényeglátást, az absztraháló képességet, az átfogó, az aprólékoskodásból kiemelkedni tudó gondolkodást. Beléjük önti a viszonyító érzéket és az elmélyülés iránti készséget, melyeknek később a magasabb matematika tanulásakor is gyakran veszik hasznát. Ha ezeket a célokat a középiskolai matematikai oktatás jól meg tudja valósítani, akkor tudományos szempontból is értékes munkát vég-

[1] Azonkívül ez is, mint minden kitérés, a figyelem elterelését idézheti elő. A tanulók igen sokszor éppen azt jegyzik csak meg, amit úgy mellékesen tettünk szóvá·

zett. Sőt még a többi tudományág területén, vagy még az életben is érezteti az értelem kiművelésével végzett jótékony hatását. Ha pedig ezeket a célokat nem tudja megközelíteni, akkor az egész matematikai oktatás nem oldotta meg feladatát, értéktelen volt.

A bizonyítás a tárgy természetéből adódjék. A motiválás követelménye. A kitűzött célból következik, hogy nem elég, ha tételeink és levezetéseink logikailag helyesek. Levezetésünknek olyannak kell lennie, hogy minél jobb betekintést engedjen a tétel lényegébe. Hogy miből jött ki a tétel, mi a jelentése, mi tette kézenfekvővé. Pl. a binomiális tételben fordul elő a következő összefüggés: $\binom{n}{k}=\binom{n}{n-k}$. Ennek bizonyítására nagyon elterjedt egy didaktikailag értéktelen módszer: közös nevezőre hozva az összefüggés evidens. A helyes levezetés: $(a+b)^n = =(b+a)^n$. Mindkettőt a binomiális tétel alapján felírva az említett összefüggés számolás nélkül kijön, a megfelelő együtthatók összehasonlításával. És mindjárt meglátjuk benne a lényeget, hogy t. i. az a- és b-ben való szimmetriát fejezi ki. Hasonlóképen a binomiális együtthatók rekurziós képletét is közös nevezőre hozással, tehát tisztán gépiesen szokták levezetni. Pedig van egy sokkal egyszerűbb és a tárgy természetéből folyó levezetés is: $(a+b)^{n-1}=(a+b)^n$. A binomiális tételt alkalmazva csak a megfelelő együthatókat kell összehasonlítani, hogy megkapjuk a tételt: $\binom{n-1}{k-1}+\binom{n-1}{k}=\binom{n}{k}$.

A tétel lényegét megragadó és annak természetéből kiinduló bizonyításunkkal szemben a közös nevezőre hozással végzett bizonyítás teljesen léleknélküli, gépies munka. Didaktikailag olyan, mintha tornaórák alatt az erő és ügyesség harmónikus kifejlesztése helyett a favágást gyakoroltatnánk. Mert a favágás is többet fejleszti az intelligenciát, mint az olyan magyarázat, melyből nem látja a tanuló, honnan jött ki a tétel, mi az oka, mit fejez ki és mire lehet használni. Olyan ez a kényszeredett, gépies levezetés, mint egy elszigetelt, terméketlen szellemi rög.

Sajnos, az előbbi példán illusztrált eset nagyon elterjedt jelenség. Sokszor fordul elő, hogy megcsalják a tanulókat; kihagyják a matematikából, ami szép és csak a gépies számolást tanítják. Akkor igazán ne csodálkozzunk, ha a tanulók unják a matematikát. A magyar órát is unnák, ha a tanár Petőfi költeményeit ilyen stílusban ismertetné: Cím: Füstbe ment terv. Tartalom: A névnapi felköszöntőből a költőnek semmi se jutott a találkozáskor eszébe.

Hogy mennyire egyoldalú, (tisztelet a kivételnek) a matematika oktatásunk, azt jól mutatja, hogy igen sok diák hibátlanul levezeti a gyöktényezős alakot, de nem tudja megmondani, hogy pl. az $x(x-3)=0$ egyenletnek mik a gyökei. Egyszóval a lényegéből vajmi keveset ért, hanem csak a formalizmusát tudja. Vannak a tananyagban nagyon szép és a mellett egyszerű részek. Pl. hogy az érintő merőleges az érintési ponthoz húzott sugárra. A levezetése kristálytiszta példája a felsőbb mennyiségtanban is nagy szerepet játszó szélső értékkel való bizonyításnak. De, minthogy ebben egy kis szellem is van, nemcsak alapműveletek és egybevágóság, a gimnáziumból kikerült diákok közül alig tudja egy-kettő. Míg pl. a cosinus tételt, mely sokkal hosszadalmasabb, de tisztán formálisan bizonyítható, az éretségizettek nagy része hibátlanul levezeti. Nem is szólva az Euler féle poliéder tétel mostoha gyermekként való kezeléséről, csak a térszemlélet hiányosságát bizonyító egyetlen példát ragadok ki. A gimnáziumból kikerült tanulók közül ritkán akad olyan, aki tudna róla, hogy vannak gúlák, melyek tükörszimmetrikusok, tehát teljesen egybevágóak, mégsem lehet őket egymásba helyezni. Sőt igen sokan még azt sem tudják megmondani, hogy miért olvashatatlan a tükör írás, (a tükrözésnek, mint a szimmetria egyik fajának, nemcsak a fizikában van fontossága, hanem igen nagy jelentősége van a geometriában is.)

Látszólag ez a körülmény ellenünk szól. Hogy t. i. a tétel lényegét megragadó és annak természetéből kiinduló bizonyításokat a tanuló nehezebben érti meg. Azonban csak a tanártól és módszertől függ az egész, mint azt Szőkefalvi Nagy Gyula egy jó példával szemléltette. Régebben, még mint gimnáziumi tanár a gyöktényezős alakot tanította. Általánosan elterjedt az a nézet, hogy a gyöktényezős alak lényegből kiinduló levezetését, bár a favágásszerű levezetésnél jóval rövidebb, a tanulók nem képesek felfogni. Ő azonban az ilyen vélekedéssel nem törődve, előadta a gyöktényezős alak értelmes levezetését, sőt még azon az órán volt ideje rátérni a gyöktényezős előállításból levezethető eredményekre is. És mint az óra végén az összefoglaláskor kiderült, a diákok ezt a „szörnyű nehéz“ (?) bizonyítást mindnyájan megértették. Szóval — tudnak a diákok gondolkodni, csak rá kell szoktatni őket!

Az értelemmel dolgozó metematizáláshoz azonban szükséges, hogy a tanár ne csak tételeket vezessen le egymásután valami mesterségesen minél gépiesebben, egyszerűbb eszközökkel való bizonyitásokkal, hanem térjen rá azoknak egymással való kapcsolatára és jelentőségükre (mi következik belőlük és mi nem és hogy mire használható) is. Mint Courant matematikus professzor írja egyik könyvének (Methoden der mathematischen Physik, II.) előszavában: „A matematika bizonyos mérvű atomisztikus felfogásának klasszikus ideálja azt kívánja, hogy az anyagot premisszák, tételek és bizonyítások formájában sűrítsük össze. E mellett az elmélet belső összefüggése és motiválása nem közvetlen tárgya az előadásnak. Ezzel ellentétes szemszögből egy matematikai tudományág úgy is tekinthető, mint egy folytonos összefüggésekből szőtt szövet, melynek leírásakor előtérbe lép a módszer és a motiválás.“ Ahol a két felfogás szintézise kivihetetlen, ott a szerzőnk inkább az utóbbi leírásmód mellett döntött.

Tehát nem elég a magyarázatkor elmondani a tételt és azt valahogyan bebizonyítani, hanem azt motiválni is kell. Vagyis meg kell mutatni, mit fejez ki, min alapul, milyen eddigi tételekhez analóg és mégis mi köztük az eltérés stb. Sőt később a feleltetés során is fel kell adnunk ilyen kérdéseket: min (milyen tételen) alapul a bizonyításunk? Ezt az okoskodást hol alkalmaztuk már eddig? Ismétléskor esetleg ilyen kérdést is adhatunk: milyen eredményeket hoztunk le ebből (pl. a gyöktényezős alakra vonatkozó) képletből.

Módszerek a képzelőerő, viszonyító képesség és a lényegfelismerő érzék fejlesztésére. Hogy különböző eljárásoknak és tételeknek egymással való összehasonlítására feltétlenül szükség van, azt újabb lélektani vizsgálatok kétségtelenné tették. Az említett, (főkép amerikai szerzők által végzett) vizsgálatok nagyszámú kísérleti adat alapján kimutatták, hogy a gépies gyakorlás értelemképző ereje, amit az illető kutatók az u. n. „transzfer" segítségével fejeztek ki számszerűleg, messze elmarad (kb. 8—10-szer kisebb) az összehasonlító és különböztető eljárással kiegészített módszeres gyakorlás mögött. Ezért a jó tanárnak valósággal szólásmódjává kell válnia az ilyen fajta kifejezéseknek: Ezt a meggondolást már alkalmaztuk egyik régebbi tételünk levezetésében. A mostani tételünk tulajdonképen általánosítása az előző tételünknek. . . A bizonyítás az előbbitől abban tér el... Eredményünket úgy is igazolhattuk volna... A példát meg lehetett volna oldani úgy is, hogy először a szögeket számítjuk ki és csak azután az ismeretlen oldalt... stb.

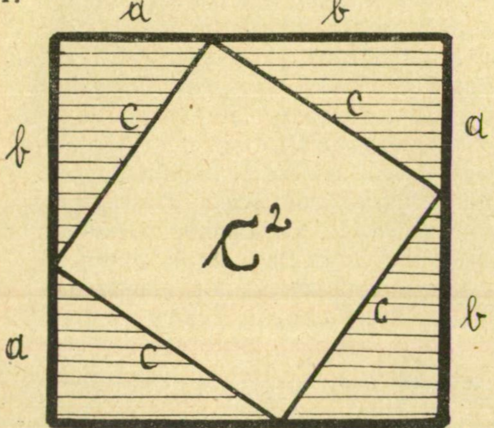
A lényeg kiemelését ne csak a tanulóktól követeljük meg, hanem magunk is kövessük. Igy pl. tankönyvben lehetőleg ne így hivatkozzunk egy előző tételre: a 112. lap 3. tétel alapján az érintő merőleges a sugárra. Hanem így kell fogalmaznunk: a pontnak egyenestől való távolságára vonatkozó tételünk (112. lap, 3.) szerint a szóbanforgó érintő merőleges a sugárra.

A lényeglátás szempontjából nagyon fontos az anyag helyes csoportosítása. Gyüjtsük a logikailag együvé tartozó tételeket fejezetekbe és a fejezeteknek adjunk mindig a lényeget kifejező címet is. (Ne csak azt írjuk, hogy 6 §. vagy II. fejezet stb.) Élőszóval való tanításkor is éreztessük meg, mikor egy újabb fejezethez érünk. Pl.: a mult órán befejeztük a szögfüggvényeket, most áttérünk a derékszögű háromszög alkatrészeinek trigonometrikus kiszámítására.

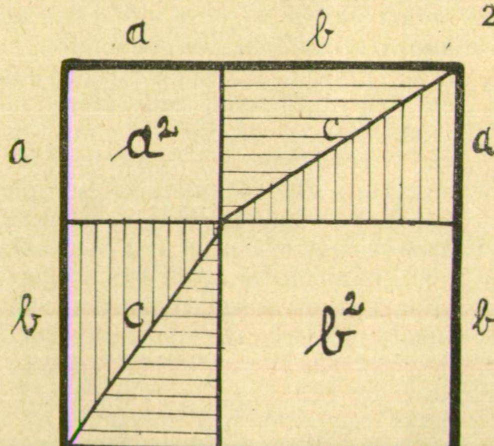
Az értelem viszonyító képességének és a képzelőerőnek kifejlesztése sokszor ellentétbe jut a matematikai kutatások egyik ideáljával, a módszerek tisztaságával. Igy pl. a magasabb mennyiségtanban meg szokták tenni, hogy a differenciálási szabályokat, melyek határátmenettel könnyen adódnak, az algebrában algebrai módszerekkel külön is levezetik. Ennek az a magyarázata, hogy az algebrában nem szívesen alkalmaznak olyan természetű meggondolásokat, melyek az egész tárgyalás módszerein kívül esnek. Felmerülhet azonban az a profán kérdés, hogy van-e ennek haszna? A felsőbb oktatásra vonatkozólag ezt a kérdést tárgyalni, sőt feltenni is teljesen illetéktelennek tekintem magamat, csupán a középiskolai oktatás keretén belül foglalkozom vele. Itt azonban az a meggyőződésem, hogy a haszna vajmi kevés. Olyaténkép járhatunk vele, mint Verne egyik regényében Keraban, a vasfejű török, aki nem volt hajlandó a tengerszoroson való átkelésre kivetett adót megfizetni. Inkább több hónapi bolyongással megkerülte az egész Fekete tengert. A levezetések meghosszabbodása azonban még a kisebbik veszély, amelybe bennünket a matematikai tisztaság túlzott követelése sodorhat. Jóval nagyobb bajt okozhat az, hogy e miatt a tanuló áttekintése is elveszhet, nem látja a tétel lényegét, a többi, esetleg az illető tudományágon kívül álló eredményekkel való kapcsolatát. Igy pl. a matematikai tisztaság nem engedné meg, hogy a parabola érintőire vonatkozó tételt még így is kifejezzük a tanulók előtt: A parabola a gyujtópontjából kiinduló sugarakat párhuzamosan, a végtelenbe veri vissza. Pedig az említett fogalmazás nemcsak a fizikai alkalmazás folytán érdekes és hasznos, hanem még a mellett kitérésnek sem nevezhető. Nem más ugyanis, mint az említett geometriai tételnek eleven szemlélettel való kidomborítása. A puritás azonkívül a fantázia szárnyait is gyakran levágja és kényszeríti az elmét, hogy gyalog, sőt sokszor, hogy mankón haladjon. Ilyen mankón való haladás lenne az pl., ha a binomiális tételt a szokásosabb levezetése helyett teljes indukcióval bizonyítanók be. A kiinduláshoz ugyanis először ismerni kellene a binomiális együtthatók kifejezését, sőt magát az egész tételt és csak a tétel ismerete után kezdhetünk hozzá, hogy azt be is bizonyítsuk. Tehát nemhogy fényt vetne a bizonyítás a tételre, hanem ellenkezőleg, a bizonyítás is a motiválatlanul, a levegőből szedett tételből meríti halvány fényét. Ha azonban a végképletet a diák elfelejti, akkor az egész mesterkélten kiagyalt bizonyítás a kutba esik. És még közben is mankóként támaszt kell adnunk a tanuló hóna alá azzal, hogy segédtételként ott szerepel a binomiális együtthatók rekurziós képlete. Ezért jelen esetben a teljes indukcióval való levezetést helytelennek tartom, bár tagadhatatlan előnye a módszerekkel való tisztaság, sőt a teljes indukció gyakorlásával is hasznot hajtana.

A képzelőerőt és a kombináló képességet úgy lehet legjobban kifejleszteni, ha levezetéseinkben és matematikai tárgyalásaink közben nem válunk egyoldalúvá, hanem módszereink minél gazdagabbak és elmésebbek legyenek. Ennek a célnak elérésére még azt is megtehetjük, hogy néhány tételnek több bizonyítását ismertetjük. A különböző módszerek összehasonlítása nemcsak a képzelőerőt fejleszti, hanem a kritikai érzéket is. Igy például a Pythagoras tétel arányosságokkal való levezetésén kívül nagyon hasznos didaktikailag annak tiszta geometriai levezetése is, amit itt most vázlatosan ismertetek.

1.



2.



Pythagoras tételét úgy lehet tisztán geometriailag fogalmazni, hogy az *a* és *b* befogóval rajzolt két négyzet területének összege egyenlő a c átfogóval rajzolt négyzet területével. (a, b, c, a derékszögű háromszög oldalai.) A bizonyításhoz kétszer felrajzoljuk az a-b oldallal rajzolt négyzetet, de másképp osztva be részekre. (1 és 2 ábra.) Az 1. ábrán fehéren hagyott négyszög négyzet. Bizonyítás: ha az egész első ábrát 90 fokkal elforgatjuk, az a szerkesztés alapján önmagába megy át. Az a+b oldalú négyzet oldalai ugyanis a 90 fokos elforgatásnál mind a következő oldal helyére kerülnek. Mivel az a,b, c, oldalú háromszögeket mindegyik oldalra hasonlóan szerkesztettük, azok is csak helyet cserélnek. Ennélfogva a fehéren hagyott négyszög is önmagába megy át. Ebből következik, hogy mindegyik szöge és oldala egyenlő, tehát négyzet. Az oldalak egyenlőségét különben a nélkül is tudjuk, mert a szerkesztés következtében mindegyik egyenlő c-vel. Az 1. és 2. ábrán hagyjuk el az árnyékolt háromszögeket. Mivel az elhagyott területek mindkét ábrán egyformák, a megmaradó területek (az ábrán világosan hagyva) is egyenlőek. Ebből azután Pythagoras tétele nemcsak közvetlenül adódik, hanem szemléletesen látszik is.

Egyszóval: ne elégedjünk meg az üres formalizmusokkal és képletekkel. Nem csak ebből áll a matematika. Mint ahogy pl. a katonáskodás sem csupán a feszes tisztelgésekből, a díszlépésből és a puskafogásokból áll, bár a kívülálló embernek ez ragadja meg belőle legjobban a figyelmét. Ne merüljünk el a képletek halmazába! Nagyon sok esetben a tárgyalásaink ezáltal lényegesen egyszerűbbek és áttekinthetőbbek lesznek. De még ha a tárgy természetéből kiinduló levezetés hosszabb is valamivel, mint egy gépies levezetés, még akkor is sokszor célszerűbb az előbbit alkalmazni. Igy pl. egy másodfokú egyenlet felírását kétféleképip is el lehet végezni, ha ismerjük a gyökeit. Legyen mondjuk a két gyök 5 és 3. A gyorsabb eljárás ez: a gyökök és együtthatók összefüggésére vonatkozó képlet szerint az x-es tag együtthatója $-(5+3)=-8$, az állandó tag pedig $5.3=15$. Az egyenlet ennélfogva $x^2-8x+15=0$. A másik eljárással kiszámítjuk először a két gyöktényezőt: $x-5$ és $x-3$ és azután a kettőt összeszorozzuk. Igy is megkapjuk az előbb felírt egyenletet. Az utóbbi mód valamivel több időt vett igénybe. Azonban nem egy, kevesebbet szereplő, (bár határozottan fontos) képletből indul ki, mint az előbbi bizonyítás, hanem közvetlenül egy nagyobb jelentőségű módszerre támaszkodik. Ennek majdnem közvetlen alkalmazása.

A mechanizálással elérhető nagyobb gyorsaságnak csak ott van jelentősége, ahol gyakrabban alkalmazott, sőt gyakorlatilag is fontos eljárásokról van szó. Ilyenek pl. az alapműveletek mechanizálása, a másodfokú egyenletek megoldásai, az egyszerű kamatszámítás, a derékszögű háromszög trigonometrikus megoldása stb. Ilyen esetben azonban a gépiessé válás nemcsak hasznos, hanem szükséges is.

A képzelőerővel párhuzamosan a kritikai érzéket is fejleszteni kell. A képzelőerő fejlesztése ellen azt a kifogást lehetne emelni, hogy könynyen téves elmefuttatásokra ragadhatja el a tanulót és hogy ismereteit összezavarjuk a sokféle módszerrel. Ez azonban csak akkor következik be, ha a fantázia és a kombináló képesség gyakorlásakor nem neveljük ki vele párhuzamosan a kritikai és lényeglátó képességét. A kritikai képesség fejlesztésével kell a fantázia túlkapásai ellen védekeznünk, nem pedig a képzelőerő béklyóbaverésével.

A kritikai képesség fejlesztésére feltétlenül szükség van azért is, mert mint már mondottuk, nem lehet mindenféle bizonyításunk abszolut szigorú, sőt az „aki sokat markol, keveset fog" elv miatt kénytelenek lehetünk egyes tételeket bizonyítás nélkül ismertetni. (Sajnos ez az eset is előfordulhat az elemi geometria anyag tárgyalása során. Tudvalevő, hogy minden szépsége ellenére a geometria megalapozása a gimnázium 4. és 5. osztályában egyike a legnehezebb és a tanárnak legtöbb gondot adó részeknek.) Tudja megkülönböztetni a diák, hogy mikor van egy tétel bebizonyítva, mikor csak valószínűvé téve! Jöjjön rá a tanuló, hogy a szemlélettel való okoskodás, bármily hasznos is az heurisztikailag, nem mindig vezet helyes eredményhez. Esetleg mutassunk rá a bizonyítás során elkövetett elnagyolásokra és hogy mikép lehetett volna a bizonyítást finomítani. Persze, mindig ki kell várnunk az alkalmat, mikor az ilyesmiket egyszerű és minél szemléltetőbb példákon tudjuk bemutatni! Egy lélektani szabályról azonban ne feledkezzünk meg: ha hiányosságra mutatunk rá, mindig a tökéletesítést is meg kell mutatnunk. Imre Sándor szavaival élve: „A nyitva hagyott kérdés olyan, mint egy nyitott seb."

A kritikai érzéket igen jól fejleszthetjük, ha néhányszor megmutatjuk, hogy egyes kecsegtető levezetés milyen téves következtetést von maga után. Ha bemutatunk olyan feladatokat, melyekben szokásos eljárásaink hatástalanok, hanem esetleg egy elmés fogás gyorsan célra vezet. Avagy olyan feladatokat, ahol a feltételek nem határozzák meg a megoldást. Vagy bemutatunk olyan példákat, ahol a megoldás által nyújtott érték nem felel meg a feladat gyakorlati természetének. Egyik tankönyvünk ezt az e gondolást keresztül is vitte, „tréfás feladatok" címmel nagyon ügyesen csoportosít ilyen feladatokat. Az ott közölt ötletes példák nagyon alkalmasak a tanulók értelmének kifinomítására és különösen a középiskolában meglehetősen háttérbe szorult kritikai érzék és fantázia fejlesztésével igen nagy hasznot hajtanak.

Az értelem fejlesztésének igen hathatós eszközei a feladatok, az ú. n. „példák." Ezeknek a didaktikájáról Pajor Elemér írt értékes dolgozatot. Ebben az értelem nevelésének feladatával is részletesen foglalkozik. (Az egyenlet-felállítás nehézségei a pedagógiai lélektan megvilágításában. Nevelésügyi Szemle, 1938. januári számában.) Ezért erre most már nem szükséges kitérnem.

Az értelemfejlesztés lélektani alapjai és korlátai. A matematikai oktatásunk, mint mondottuk, annyiban lesz tudományos és gyakorlati szempontból értékes, illetve hasznos, amilyen mértékben az értelmi képességek fejlesztését keresztül tudja vinni. Az értelmi képességek gyakorlásakor azonban mindig alkalmazkodni kell a gyermek szellemi fejlődéséhez. Nehogy olyanformán járjunk, mint az a szülő, aki gyermekéből énekművészt akar nevelni, mikor az még beszélni sem igen tud, vagy a gyermekének húst ad enni, mikor annak még fogai sincsenek. Ilyenféle hibába esnénk pl. akkor, ha az elsős vagy másodikos gimnazistáktól a lényeg felismerését követelnők, vagy a logikai következtető képességet próbálnók tulságosan az előtérbe állítani. Így pl. helytelen volna az akkori tananyagban előforduló tört és esetleg valamivel később is még a negatív számok bevezetését analógiákkal való megvilágítás, alkalmazásokkal és következményekkel való motiválás helyett szigorú axiomatikus módon vinni végbe. Miként ugyanis Piaget számos kísérlettel igazolta, a logikai következtetőképesség csak a 12-13 éves kor körül kezd teljes egészében kibontakozni. Utoljára marad a két leghatalmasabban fejlődő értelmi képesség: az absztraháló és főkép a lényeglátó képesség. Hogy milyen gyönge lábon áll még a 15 éves diákban is a logikai készség és képesség, azt minden tanár észreveheti, amikor az ötödik osztályban a geometria alapjait (az euklidesi axiomákat stb.) tanítja. Milyen nehezen tud a diák ezeken a szigorú logikával készült bizonyításokon és tételeken keresztülvergődni! És milyen kevés marad meg belőle később.

Vigyázzunk tehát, hogy az értelmi „torna" mindig arányban álljon a gyermek értelmének „izmosodásával." Ne járjunk úgy, mint az, aki az elsős gimnázistából olimpiai bajnokot akar csinálni, de úgy se próbáljunk eljárni, mint egy képzeletbeli tornatanár, aki még a nyolcadikban is „künn a bárány, benn a farkas"-t játszatja komoly erő- és ügyességfejlesztés helyett! *Strausz Antal.*

A tanítóképző-intézetek korszerű biológiai oktatásáról.

Már a címben megadom korszerű biológiai oktatásunk egyik jellemvonását éppen azzal, hogy *„biológiai"* oktatásról beszélek. A biológia szó hangsúlyozza, hogy a természet objektumaival, *mint élőlényekkel* akarunk megismerkedni. Ehhez hozzátartozik az, hogy elsősorban azokkal a külső és belső berendezésekkel ismerkedjünk meg, melyek az illető objektumra, mint élőlényre jellemzők, valamint azokkal a kölcsönösségi berendezésekkel és viszonyokkal, melyek az egyedet a környezethez kapcsolják és egy életközösség tagjává teszik. Utalnunk kell tehát a külső és belső struktúrára, a fiziológiai berendezésekre és folyamatokra, az élőlény habitusára, mely egy bizonyos környezetbe, sajátos életmódba való alkalmazkodás külső bélyegeit hordja magán. Utalnunk kell a biotópnak alakító hatásaira, az egyes formációkat és asszociációkat létrehozó külső tényezőkre és azokra a sajátos reakciókra, melyekkel az élőlények e behatásokra válaszolnak.

A természeti objektumot, mint élőlényt a maga sajátos környezetében bemutatni, azon berendezéseivel együtt, melyek ebben a sajátos környezetben való életre képessé teszik, az egyesben az élet egyetemes értékű törvényeit megláttatni, a természetről egy egységes képet kialakítani: ez a biológia és a biológiai oktatás feladata.

Hogy világosan lássuk a „biológia" szónak teljes tartalmát és azt, hogy ezt a tartalmat hogyan kell értelmeznünk az iskola szempontjából,